ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

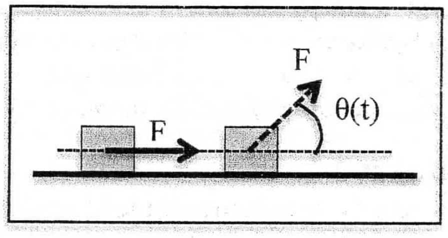
ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ Ακ. έτους 2018 - 2019
ΦΥΣΙΚΗ Ι
22 Ιανουαρίου 2019

*Να γράψετε **ΤΕΣΣΕΡΑ** από τα πέντε **ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ** θέματα.*

Διδάσκοντες: Κ. Φαράκος Καθηγητής ΣΕΜΦΕ, Κ. Κουσουρής, Επ. Καθηγητής ΣΕΜΦΕ.
Χρόνος εξέτασης: 2.5 ώρες

Θέμα 1^o

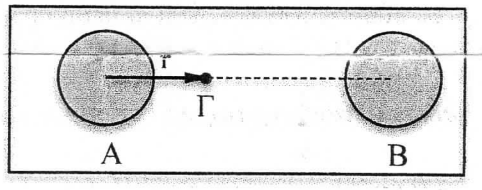
Σώμα μάζας m βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t = 0 ασκείται στο σώμα δύναμη F, σταθερού μέτρου, που σχηματίζει γωνία θ με τον οριζόντιο άξονα x. Η γωνία είναι αρχικά μηδέν και μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $\theta(t) = \omega t$, όπου ω είναι μία γνωστή θετική σταθερά. Το σώμα αρχίζει να κινείται και τη χρονική στιγμή t_1 όπου $\theta(t_1) = 60^o$ χάνει την επαφή του με το επίπεδο. Θεωρήστε γνωστή την επιτάχυνση της βαρύτητας g.



(α) Βρείτε το μέτρο της δύναμης F και τη χρονική στιγμή t_1.
(β) Βρείτε την ταχύτητα και τη μετατόπιση του σώματος συναρτήσει του χρόνου για $0 \le t \le t_1$.
(γ) Βρείτε το έργο της δύναμης από t = 0 έως $t = t_1$. Πόση δύναμη σταθερού μέτρου και διεύθυνσης θα χρειαζόταν για να παραχθεί το ίδιο έργο στην ίδια απόσταση; Πόσος χρόνος θα χρειάζονταν;

Θέμα 2^o

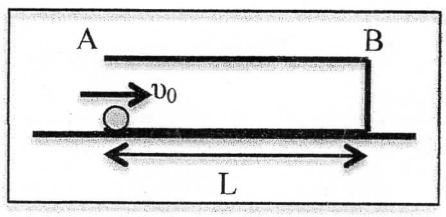
Δύο σφαιρικοί πλανήτες Α και Β με μάζες M_A, $M_B = 4M_A$ και ακτίνες $R_A = R_B$, βρίσκονται σε σταθερή απόσταση $R = 9R_A$. Ένα σώμα Γ, μάζας m και αμελητέων διαστάσεων, τοποθετείται σε απόσταση r από το κέντρο του πλανήτη Α, πάνω στην ευθεία που ορίζεται από τα κέντρα των δύο πλανητών.



(α) Βρείτε την δυναμική ενέργεια του σώματος Γ λόγω της βαρύτητας των δύο πλανητών, συναρτήσει του r. (*Υπόδειξη: η βαρυτική δυναμική ενέργεια δύο μαζών είναι* $U_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}}$ *όπου* r_{12} *είναι η απόσταση μεταξύ των κέντρων τους.*)
(β) Κάντε το διάγραμμα της δυναμικής ενέργειας του ερωτήματος (α) για $R_A \le r \le R - R_B$. Υπάρχει κάποιο σημείο ισορροπίας για το σώμα Γ; Αν ναι, εξετάστε την ευστάθειά του.
(γ) Πόση κινητική ενέργεια πρέπει να δοθεί στο σώμα Γ αν βρεθεί στην επιφάνεια του πλανήτη Α ώστε να καταφέρει να φτάσει στην επιφάνεια του πλανήτη Β;
(δ) Περιγράψτε ποιοτικά την κίνηση του σώματος Γ αν βρίσκεται στην επιφάνεια του πλανήτη Α και του δοθεί η μισή κινητική ενέργεια από αυτή που απαιτείται στο ερώτημα (γ).

Θέμα 3^o

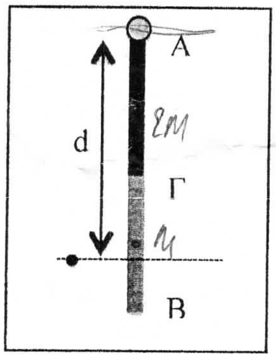
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητος σωλήνας ΑΒ μάζας Μ και μήκους L, με λεία τοιχώματα, ο οποίος είναι ανοικτός στο άκρο Α και κλειστός στο άκρο Β. Ένα σφαιρίδιο μάζας m < M εισέρχεται στο σωλήνα από το άκρο Α με ταχύτητα υ_0, τον διασχίζει και συγκρούεται ελαστικά με το άκρο Β.



(α) Να βρείτε τις ταχύτητες του σφαιριδίου και του σωλήνα μετά την κρούση ως προς ακίνητο παρατηρητή.
(β) Να εκφράσετε τις παραπάνω ταχύτητες ως προς το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας του συστήματος σωλήνας-σφαιρίδιο και ως προς το σύστημα αναφοράς του κινούμενου σωλήνα μετά την κρούση.
(γ) Σε πόσο χρόνο μετά την κρούση θα εξέλθει το σφαιρίδιο από τον σωλήνα;

Θέμα 4°

Μία λεπτή ράβδος ΑΒ μήκους 2L αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα ΑΓ και ΓΒ, μήκους L το κάθε ένα, με $M_{ΑΓ} = 2M$ και $M_{ΓΒ} = M$. Η ράβδος τοποθετείται κατακόρυφα από το άκρο Α με κατάλληλη άρθρωση που επιτρέπει την περιστροφή χωρίς τριβές γύρω από άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος σε αυτή. Ένα μικρό βλήμα μάζας m κινείται με ταχύτητα $υ_1$ κάθετα στην ράβδο και προσκρούει σε αυτήν σε απόσταση d από το σημείο Α, εξερχόμενο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_2$ μετά από αμελητέο χρονικό διάστημα και χωρίς να μεταβάλλει τη μάζα της ράβδου. Θεωρήστε γνωστή την επιτάχυνση της βαρύτητας g.



(α) Βρείτε το κέντρο μάζας της ράβδου ΑΒ. (*Υπόδειξη: βρείτε την απόσταση του ΚΜ από το Α.*)

(β) Βρείτε τη ροπή αδράνειας της ράβδου ΑΒ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος σε αυτή. Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτή και διέρχεται από το κέντρο της: $I = (1/12)ML^2$.

(γ) Βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.

(δ) Πόση είναι η μέγιστη γωνία κατά την οποία θα αποκλίνει η ράβδος; (*Υπόδειξη: αρκεί να βρείτε έναν τριγωνομετρικό αριθμό αυτής της γωνίας*).

Θέμα 5°

Ένας ακίνητος παρατηρητής Π βλέπει δύο σωματίδια Α και Β να κινούνται στην κατεύθυνση του άξονα x. Τη χρονική στιγμή t = 0, το σωματίδιο Α βρίσκεται στη θέση $x_A = 0$ και έχει ταχύτητα 0.5c προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x. Το σωματίδιο Β βρίσκεται στη θέση $x_B = +6$ m με ταχύτητα 0.5c προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x. Ένας δεύτερος παρατηρητής Π΄ βρίσκεται στη θέση x = 0 για t = 0 και κινείται με ταχύτητα 0.8c ως προς τον Π κατά μήκος του θετικού ημιάξονα x. Θεωρήστε ότι $c = 3 \times 10^8$ m/s.

(α) Βρείτε την σχετική ταχύτητα των δύο σωματιδίων.

(β) Βρείτε τις ταχύτητες των δύο σωματιδίων ως προς τον Π΄.

(γ) Σε πόσο χρόνο και σε ποια θέση θα συναντηθούν τα δύο σωματίδια ως προς τον Π; Ως προς τον Π'; Θεωρήστε ότι για τον Π΄ είναι t΄ = 0 όταν t = 0.

Ειδικός μετασχηματισμός Lorentz και μετασχηματισμός ταχυτήτων:

$$x' = \gamma(x - \upsilon t) \qquad x = \gamma(x' + \upsilon t')$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{\upsilon x}{c^2}\right), \quad t = \gamma\left(t' + \frac{\upsilon x'}{c^2}\right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad v'_x = \frac{v_x - \upsilon}{1 - \frac{\upsilon v_x}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{\upsilon v_x}{c^2}\right)}, \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{\upsilon v_x}{c^2}\right)}$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

$$z' = z \qquad z = z'$$