



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ Ακ. έτους 2018 - 2019**

**ΦΥΣΙΚΗ I**

5 Σεπτεμβρίου 2019

Na γράψετε και τα ΤΕΣΣΕΡΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ θέματα.

Διδάσκοντες: Κ. Φαράκος Καθηγητής ΣΕΜΦΕ, Κ. Κουσουρής, Επ. Καθηγητής ΣΕΜΦΕ.  
Χρόνος εξέτασης: 2.5 ώρες

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

Βλήμα μάζας  $M$  εκτοξεύεται από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου  $v_0$ , σχηματίζοντας γωνία  $\theta$  με τον ορίζοντα στο ομογενές βαρυτικό πεδίο με επιτάχυνση βαρύτητας  $g$ . Στο μέγιστο ύψος το βλήμα διασπάται σε δύο θραύσματα ίσης μάζας και το ένα από αυτά πέφτει κατακόρυφα χωρίς αρχική ταχύτητα.

- (α) Γράψτε τις ταχύτητες (διανυσματικά) των δύο θραύσμάτων συναρτήσει του χρόνου.  
(β) Εκφράστε το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας του συστήματος συναρτήσει του χρόνου και βρείτε την ταχύτητα του. Ποιες είναι οι ταχύτητες των δύο θραύσμάτων ως προς το κέντρο μάζας αμέσως μετά τη διάσπαση;  
(γ) Βρείτε το σημείο πτώσης του δεύτερου θραύσματος στο έδαφος και τον χρόνο κίνησή του.  
(δ) Πόση κινητική ενέργεια απελευθερώθηκε κατά την διάσπαση του βλήματος;

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Σημειακή μάζα  $m_1=m$  κινείται με ταχύτητα  $\vec{v} = v_0 \hat{x}$  και συγκρούεται πλαστικά με το ένα άκρο ( $x=0, y=0$ ) ομογενούς ράβδου μάζας  $m_2=m$  και μήκους  $L$ , το άλλο άκρο της οποίας βρίσκεται στο ( $x=0, y=L$ ). Όλη η διαδικασία λαμβάνει χώρα σε οριζόντια επιφάνεια ελεύθερη τριβών, που αποτελεί και το εργαστηριακό σύστημα αναφοράς, επίπεδο  $x-y$ , ενώ οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις των μαζών είναι αμελητέες.

(α) Προσδιορίστε το κέντρο μάζας της ράβδου πριν την κρούση και την ροπή αδράνειας αυτής, ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο  $x-y$  που διέρχεται από το κέντρο μάζας της.

(β) Υπολογίστε τη θέση και την ταχύτητα του κέντρου μάζας του συστήματος ράβδου-μάζας κατά τη στιγμή της κρούσης.

(γ) Υπολογίστε την ολική στροφορμή του συστήματος ως προς το σύστημα κέντρου μάζας πριν την κρούση.

(δ) Διατυπώστε τους κατάλληλους νόμους διατήρησης ως προς το σύστημα κέντρου μάζας του συστήματος και υπολογίστε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συσσωματώματος περί το κέντρο μάζας αυτού.

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

Σώμα μάζας  $m$  κινείται σε λειτούργο οριζόντιο επίπεδο  $x-y$  υπό την επίδραση δύναμης  $\vec{F} = F_0 \left( -\frac{x}{a} \hat{x} + \hat{y} \right)$ , όπου  $F_0$  και  $a$  είναι θετικές σταθερές με διαστάσεις δύναμης και μήκους, αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα βρίσκεται ακίνητο στη θέση  $(x, y) = (a, 0)$ .

(α) Να δείξετε ότι η δύναμη είναι διατηρητική και να βρείτε την συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας  $U(x,y)$  αν  $U(0, 0) = 0$ . Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του σώματος;

(β) Να λύσετε τις εξισώσεις κίνησης του σώματος και να βρείτε τις συντεταγμένες  $x(t), y(t)$  συναρτήσει του χρόνου. Σχεδιάστε ποιοτικά την τροχιά του σώματος στο επίπεδο  $(x, y)$ .

(γ) Ποια χρονική στιγμή  $t_1$  θα έχει το σώμα για πρώτη φορά  $x=0$ ? Ποιο θα είναι το διάνυσμα θέσης του τότε και ποιο θα είναι το διάνυσμα της ταχύτητας;

(δ) Πόσο έργο έχει παράξει η δύναμη από  $t=0$  έως  $t=t_1$ ;

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m$  κρέμεται από ιδανικό νήμα τυλιγμένο σε σταθερή τροχαλία μάζας  $m_r=m$  και ακτίνας  $R$ . Δύο ομογενείς ράβδοι μήκους  $L=3R$  και μάζας  $m_p=m$  είναι τοποθετημένες αντίρροπα κατά μήκος μίας διαμέτρου της τροχαλίας, με το ένα άκρο τους στο κέντρο της, ενώ στο άλλο άκρο τους υπάρχουν πτερύγια αμελητέας μάζας. Το σώμα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί όποτε το σύστημα τροχαλία-ράβδοι αρχίζει να περιστρέφεται. Κατά τη διάρκεια της κίνησης κάθε πτερύγιο δέχεται δύναμη αντίστασης από τον αέρα  $\vec{F}_a = -k \vec{v}$ .

(α) Να βρείτε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδοι-τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της τροχαλίας και είναι κάθετος σε αυτή.

(β) Να γράψετε την δύναμη που δέχεται από τον αέρα κάθε πτερύγιο συναρτήσει της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$  του συστήματος.

(γ) Να γράψετε την εξισώση κίνησης του σώματος  $\Sigma$  και να βρείτε την ταχύτητα αυτού συναρτήσει του χρόνου.

(δ) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος και την γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  συναρτήσει του χρόνου.

Θεωρήστε γωνιατίκη την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ . Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς το κέντρο της είναι  $I_r = m_r R^2$  και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της είναι  $I_p = \frac{1}{3} m_p L^2$ .

