Διδάσκοντες: Κ. Φαράκος

1ο Θέμα (25 μονάδες): Φορτισμένο σωματίδιο μάζας m κινείται σε κυκλική τροχιά υπό την επίδραση ενός δυναμικού της μορφής $V(r)=\lambda r^4$. **(α)** Χρησιμοποιήστε την συνθήκη κβάντωσης της στροφορμής του Bohr για να βρείτε την ολική ενέργεια της n-οστής στάθμης του σωματιδίου, **(β)** Έστω ότι το σωματίδιο αποδιεγείρεται και μεταπίπτει από μια αρχική κατάσταση n_i σε μια χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση n_f εκπέμποντας ένα φωτόνιο. Να υπολογίσετε την συχνότητα του εκπεμπόμενου φωτονίου συναρτήσει των δεδομένων του προβλήματος.

2° Θέμα (25 μονάδες): Σωμάτιο μάζας m κινείται σε απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού πλάτους α, $0 \le x \le \alpha$, και έχει αρχική κυματοσυνάρτηση που δίνεται από την σχέση $\Psi(x,t=0)=A\sin^3(\pi x/\alpha)$. **(α)** Προσδιορίστε την σταθερά A και την κυματοσυνάρτηση $\Psi(x,t)$ σαν συνάρτηση του χρόνου t. **(β)** Σε μία μέτρηση της ενέργειας ποιες τιμές θα πάρουμε και με τι πιθανότητα; **(γ)** Υπολογίστε την αβεβαιότητα της ενέργειας ΔE ως συνάρτηση του χρόνου. Υπόδειξη: $\sin^3(\theta)=\frac{1}{4}\left(3\sin(\theta)-\sin(3\theta)\right)$.

3° Θέμα (20 μονάδες): Εάν η δυναμική ενέργεια είναι μιγαδική συνάρτηση της θέσης $V=V_1+iV_2$, τότε η πιθανότητα δεν διατηρείται. Αποδείξτε την εξίσωση: $\frac{\partial P(x,t)}{\partial t}=-\frac{\partial J}{\partial x}+\frac{2V_2}{h}P(x,t)$ που ισχύει μεταξύ πυκνότητας πιθανότητας $P(x,t)=\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$ και ρεύματος πυκνότητας πιθανότητας J αφού ορίσετε κατάλληλα το ρεύμα πυκνότητας πιθανότητας J. Η κυματοσυνάρτηση Ψ του κβαντικού συστήματος ικανοποιεί την εξίσωση του Schroedinger.

4ο Θέμα (30 μονάδες): Η μέτρηση της ενέργειας σε ένα κβαντικό σύστημα την χρονική στιγμή $t=0$ έδωσε τις τιμές E_0, E_2 και E_3 με πιθανότητα αντίστοιχα $1/2$, $1/4$ και $1/4$. **(α)** Γράψτε την έκφραση της κυματοσυνάρτησης $\Psi(x,0)$. **(β)** Δώστε την $\Psi(x,t)$ για $t>0$. **(γ)** Εάν το κβαντικό σύστημα είναι ένας μονοδιάστατος αρμονικός ταλαντωτής υπολογίστε την μέση τιμή της ενέργειας για $t>0$ και την μέση τιμή $<x>$ της θέσης την χρονική στιγμή $t=0$. Σημείωση, για τον υπολογισμό της $<x>$ να χρησιμοποιήσετε τούς τελεστές δημιουργίας και καταστροφής (α^*,α) και να βρείτε την δράση του x στην ψ_n.

Οι τελεστές α και α^* ορίζονται ως εξής:

$\alpha=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}x+\frac{ip}{\sqrt{2m\hbar\omega}}$, $\alpha^*=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}x-\frac{ip}{\sqrt{2m\hbar\omega}}$ για ένα αρμονικό ταλαντωτή m και συχνότητας ω.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ 2,5 ΩΡΕΣ.