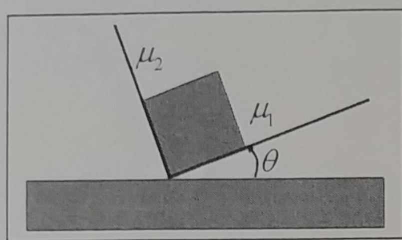
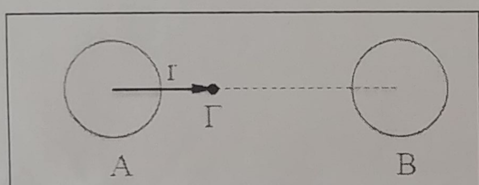
ΦΥΣΙΚΗ Ι, $1^{Ο}$ ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΧΟΛΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ Μ&ΜΥ, 2018-2019
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (28-08-2019)

Ι. Ράπτης, Κ. Φαράκος Διάρκεια εξέτασης: 2.5 ώρες



1. Οριζόντιο ορθογώνιο κανάλι χρησιμοποιείται για μεταφορά ορθογώνιων κυβωτίων κατά μήκος της ακμής του. Η μία επιφάνεια του καναλιού, που έχει κλίση θ ως προς το οριζόντιο επίπεδο, έχει συντελεστή τριβής μ_1, και η άλλη επιφάνεια έχει συντελεστή τριβής μ_2. (α) Να υπολογιστεί η ελάχιστη οριζόντια δύναμη η οποία πρέπει να εφαρμοστή παράλληλα στην ακμή του καναλιού, προκειμένου να αρχίσει να μετατοπίζεται ένα κιβώτιο μάζας m, [συναρτήσει των $(m, g, \theta, \mu_1, \mu_2)$]. (β) Για ποιά τιμή της γωνίας θ $(0 \le \theta \le \pi/2)$ η δύναμη του ερωτήματος-α μεγιστοποιείται ή ελαχιστοποιείται, και ποιά είναι η αντίστοιχη τιμή της ;



2. Δύο αφαιρικά σώματα Α και Β έχουν μάζες M_A=M, M_B=4M, ακτίνες R_A=R_B=R, και σταθερή απόσταση κέντρων AB=9R. Ένα σώμα Γ, μάζας m, και αμελητέων διαστάσεων, τοποθετείται σε απόσταση r από το κέντρο του σώματος Α, πάνω στην ευθεία που ορίζεται από τα κέντρα των δύο σωμάτων Α, Β.

(α) Βρείτε τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος Γ, λόγω των δύο σωμάτων Α, Β, συναρτήσει των M, m, R, r, $(R \le r \le 8R)$. [Υπόδειξη: η βαρυτική δυναμική ενέργεια δύο σφαιρικών μαζών είναι $U_{12} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r_{12}}$, όπου r_{12} είναι η απόσταση μεταξύ των κέντρων τους].

(β) Σχεδιάστε το διάγραμμα της δυναμικής ενέργειας του ερωτήματος (α), για $R \le r \le 8R$. Υπάρχει σημείο ισορροπίας για το σώμα Γ; Αν ναι, εξετάστε την ευστάθειά του.

(γ) Πόση κινητική ενέργεια πρέπει να δοθεί στο σώμα Γ, αν βρεθεί στην επιφάνεια του σώματος Α ώστε να καταφέρει να φτάσει στην επιφάνεια του σώματος Β;

(d) Περιγράψτε ποιοτικά την κίνηση του σώματος Γ, αν βρίσκεται στην επιφάνεια του σώματος Α και του δοθεί η μισή κινητική ενέργεια από αυτή που απαιτείται στο ερώτημα (γ).

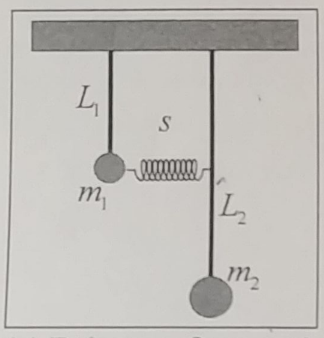
3. Σημειακή μάζα $m_1 = m$ κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0 = \hat{x}\upsilon_0$ και συγκρούεται πλαστικά με το ένα άκρο $(x=0, y=0)$ ομοιογενούς ράβδου μάζας $m_2 = m$ και μήκους l, το άλλο άκρο της οποίας βρίσκεται στο $(x=0, y=l)$. Όλη η διαδικασία λαμβάνει χώρα σε οριζόντια επιφάνεια ελεύθερη τριβών, που αποτελεί και το εργαστηριακό σύστημα αναφοράς, επίπεδο (x, y), ενώ οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις των μαζών είναι αμελητέες.

(α) Υπολογίστε τη θέση του κέντρου μάζας $\vec{R}_{\text{KM}_\rho}$ της ράβδου, πριν την κρούση, και την ροπή αδράνειας της ράβδου, I_{ρ,KM_ρ}, ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο (x, y), που διέρχεται από το $\vec{R}_{\text{KM}_\rho}$.

(β) Υπολογίστε τη θέση $\vec{R}_{\mathrm{KM}_\Sigma}$ και την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{\mathrm{KM}_\Sigma}$, του Κέντρου Μάζας του Συστήματος ράβδου-μάζας, κατά τη στιγμή της κρούσης.

(γ) Υπολογίστε την ολική στροφορμή του συστήματος, $\vec{L}_{o\lambda,\mathrm{KM}_\Sigma}$ ως προς το σύστημα Κέντρου Μάζας του Συστήματος, πριν την κρούση.

(δ) Διατυπώστε τους κατάλληλους νόμους διατήρησης, ως προς το σύστημα Κέντρου Μάζας $\vec{R}_{\mathrm{KM}_\Sigma}$ του Συστήματος και υπολογίστε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τελικού συστήματος περί το Κέντρο Μάζας του Συστήματος.



4. Δύο ιδανικά εκκρεμή αποτελούνται από σημειακές μάζες m_1, m_2, και από αβαρείς ράβδους με μήκη L_1, L_2, αντίστοιχα. Τα δύο εκκρεμή είναι αναρτημένα από ακλόνητα σημεία μέσα σε κατακόρυφο ομοιογενές βαρυτικό πεδίο με επιτάχυνση g, και συνδέονται μεταξύ τους, όπως στο σχήμα, με ελατήριο το οποίο έχει σταθερά σκληρότητας s και φυσικό μήκος ίσο με την απόσταση των δύο σημείων ανάρτησης των εκκρεμών. Διαταράσσουμε το σύστημα έτσι ώστε τα δύο εκκρεμή να εκτελούν ταλαντώσεις μικρών γωνιών, $(\sin\theta_1 \approx \theta_1, \sin\theta_2 \approx \theta_2)$, παραμένοντας στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

(α) Γράψτε τις διαφορικές εξισώσεις κίνησης για το κάθε εκκρεμές,

(β) Υποθέστε ότι το σύστημα εκτελεί κανονικές ταλαντώσεις της μορφής $x_1 = A\sin(\omega t + \varphi)$ και $x_2 = B\sin(\omega t + \varphi)$, αντικαταστήστε στο σύστημα των διαφορικών εξισώσεων του ερωτήματος-α, και γράψτε τις εξισώσεις που ικανοποιούν τα πλάτη A και B.

(γ) Υπολογίστε τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης, ω_1^2, ω_2^2, συναρτήσει του ω_0^2, αν $L_2 = 2L_1$, $m_2 = m_1/2$ και $g/L_1 = s/m_1 = \omega_0^2$. [Υπόδειξη: Μπορείτε να ξεκινήσετε με το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης κάθε εκκρεμούς περί το σημείο ανάρτησής του]

ΔΕΝ ΕΠΙΤΡΕΠΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΚΙΝΗΤΟΥ ΤΗΛΕΦΩΝΟΥ Ή ΑΛΛΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΣΥΣΚΕΥΗΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ Ή/ΚΑΙ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ.

Χρήσιμες Σχέσεις:

Πολικές συντεταγμένες: $\vec{r} = r\hat{r}$, $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$, $\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$.

Στροφορμή, ροπή δύναμης: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$, $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$, $\vec{N} = d\vec{L}/dt$

Αρμονικός ταλαντωτής: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, $T = 2\pi/\omega$, $\omega = \sqrt{k/m}$, $x = x_0 \sin(\omega t + \phi)$, $V = kx^2/2$.

Δύναμη Coriolis: $F_c = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$. Φυγόκεντρος δύναμη: $F_\phi = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$.

Κανονικοί Τρόποι Ταλάντωσης : $x_1(t) = X_1\cos(\omega t)$, $x_2(t) = X_2\cos(\omega t)$.

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad \det\left[\mathbf{A} + \omega^2\mathbf{I}\right] = 0, \quad \mathbf{AX} = -\omega^2\mathbf{X}.$$