

Το 1^ο Θέμα είναι υποχρεωτικό. Επιλέξτε 1 από τα άλλα 2 Θέματα (δηλαδή 1 από το 2^ο, ή 3^ο Θέμα). Τα θέματα ΔΕΝ είναι βαθμολογικά ισοδύναμα, ελέγξτε το άθροισμα των επιμέρους μονάδων για κάθε θέμα. Δεν επιτρέπεται η χρήση βιβλίων, σημειώσεων, τηλεφώνου ή οποιασδήποτε άλλης ηλεκτρονικής συσκευής. Διάρκεια: 70 λεπτά.

Θέμα 1^ο (60 μονάδες): (α) (25 μονάδες) Βρείτε την πυκνότητα καταστάσεων των φωνονίων ως κβάντων των συλλογικών ταλαντώσεων των N ατόμων διδιάστατου απλού τετραγωνικού πλέγματος συνολικού εμβαδού S . Δουλέψτε στα πλαίσια του μοντέλου Debye υποθέτοντας ότι υπάρχει μια γραμμική σχέση διασποράς μεταξύ του μήκους του κυματανύσματος και της συχνότητας ω κάποιας συλλογικής ταλάντωσης (είτε πρόκειται για τον διαμήκη, είτε για τον εγκάρσιο τρόπο ταλάντωσης μέσα στο επίπεδο). **(β) (10 μονάδες)** Βρείτε την συχνότητα αποκοπής (μέγιστη συχνότητα) Debye ω_D . **(γ) (25 μονάδες)** Η μέση ενέργεια ενός μονοδιάστατου αρμονικού ταλαντωτή είναι $\varepsilon(\omega) = \frac{1}{2}\hbar\omega + \frac{\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}$. Βρείτε την έκφραση που δίνει κατά προσέγγιση την θερμοχωρητικότητα (υπό σταθερό όγκο) των φωνονίων του διδιάστατου πλέγματος σε χαμηλές θερμοκρασίες.

Θέμα 2^ο (40 μονάδες): (α) (25 μονάδες) Η πυκνότητα καταστάσεων N ελεύθερων μποζονίων σε τρισδιάστατο όγκο V είναι $g(\varepsilon) = D\sqrt{\varepsilon}$, όπου ε η ενέργεια μιας κατάστασης και D σταθερά με κατάλληλες φυσικές διαστάσεις. Αν η θερμοκρασία ελαττωθεί αρκετά, ενώ η πυκνότητα N/V παραμένει σταθερή, τότε μπορεί να γίνει η αλλαγή φάσης γνωστή ως συμπύκνωση Bose-Einstein. Περιγράψτε τι συμβαίνει σε αυτήν την αλλαγή φάσης και βρείτε την κρίσιμη θερμοκρασία T_c στην οποία αυτή λαμβάνει χώρα. **(β) (15 μονάδες)** Για θερμοκρασίες T μικρότερες από την T_c βρείτε τον αριθμό των σωματιδίων στην βασική κατάσταση του συστήματος με ενέργεια $\varepsilon = 0$.

Θέμα 3^ο (40 μονάδες): Σε μονατομικό κρυσταλλικό στερεό ένα άτομο μπορεί να αφήσει μια κανονική πλεγματική θέση (δημιουργώντας ένα κενό στο πλέγμα) και να μετακινηθεί σε μια ενδιάμεση θέση (δημιουργώντας ένα ενδόθετο άτομο). Έτσι δημιουργείται μία σύνθετη ατέλεια και η ενέργεια του στερεού αυξάνει κατά ε . Δεχόμαστε ότι ο αριθμός των ενδιάμεσων θέσεων ισούται με τον αριθμό των ατόμων N , όπως και αυτός των πλεγματικών θέσεων. Επίσης δεχόμαστε ότι δεν υπάρχουν αλληλεπιδράσεις ούτε μεταξύ των κενών, ούτε μεταξύ των ενδόθετων ατόμων, ούτε μεταξύ κενών και ενδόθετων ατόμων. Αυτό είναι καλή προσέγγιση όταν είναι $1 \ll n \ll N$, όπου n είναι ο αριθμός των εν λόγω ατελειών (δηλαδή υπάρχουν n κενά και n ενδόθετα άτομα). **(α) (15 μονάδες)** Βρείτε το στατιστικό βάρος μιας κατάστασης στην οποία υπάρχουν n τέτοιες ατέλειες. Εξηγήστε σύντομα τι περιγράφει αυτό το στατιστικό βάρος. **(β) (25 μονάδες)** Βρείτε την εντροπία και την εσωτερική ενέργεια του συστήματος ως συνάρτηση της θερμοκρασίας όταν είναι $1 \ll n \ll N$.