ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ Ακ. έτους 2019 - 2020
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ
16 Σεπτεμβρίου 2020

Διδάσκων: Κ. Κουσουρής, Αν. Καθηγητής ΣΕΜΦΕ. *Χρόνος εξέτασης: 1h:15min*

Θέμα 1^{ο} (4 μονάδες)
Σε ένα σύστημα αναφοράς Σ υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B\hat{z}$ και μηδενικό ηλεκτρικό πεδίο. Ένας παρατηρητής Π κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon} = 0.6c\hat{x}$ ως προς το Σ.
(α) Να γράψετε τον τανυστή του Η/Μ πεδίου που μετράει ο παρατηρητής Π.
(β) Να υπολογίσετε τις αναλλοίωτες ποσότητες του Η/Μ πεδίου και να επιβεβαιώσετε ότι έχουν την ίδια τιμή και στα δύο συστήματα αναφοράς.
(γ) Υπάρχει κάποιο σύστημα αναφοράς στο οποίο το ηλεκτρικό πεδίο είναι μη μηδενικό και παράλληλο στο μαγνητικό;

Θέμα 2^{ο} (6 μονάδες)
Δύο ομόκεντρα σφαιρικά κελύφη φέρουν ομοιόμορφα κατανεμημένο επιφανειακό φορτίο. Το εσωτερικό κέλυφος (r = a) έχει φορτίο +Q και το εξωτερικό (r = b > a) έχει φορτίο -Q. Το σύστημα των δύο σφαιρικών αγωγών τοποθετείται σε χώρο όπου υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B\hat{z}$.

(α) Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Gauss να εξηγήσετε γιατί το ηλεκτρικό πεδίο είναι $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$ για a < r < b και μηδενικό αλλού.
(β) Να υπολογίσετε το διάνυσμα Poynting του Η/Μ πεδίου παντού στον χώρο.
(γ) Να υπολογίσετε την στροφορμή του Η/Μ πεδίου.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}, \quad \vec{g} = \frac{1}{c^2}\vec{S}, \quad \vec{L} = \int\left(\vec{r}\times\vec{g}\right)dV$$

$$\hat{r} = \cos\varphi\sin\theta\hat{x} + \sin\varphi\sin\theta\hat{y} + \cos\theta\hat{z}$$
$$\hat{r}\times\left(\hat{r}\times\hat{z}\right) = \hat{r}\left(\hat{r}\cdot\hat{z}\right) - \hat{z}\left(\hat{r}\cdot\hat{r}\right)$$
$$\hat{r}\cdot\hat{z} = \cos\theta$$
$$\hat{r}\times\hat{z} = -\sin\theta\hat{\varphi}$$
$$dV = r^2\sin\theta dr d\theta d\varphi$$

$$F^{\mu\nu} \equiv \begin{bmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z & B_y & -B_x & 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel}, \vec{E}'_{\perp} = \gamma\left(\vec{E}_{\perp} + \vec{v}\times\vec{B}\right), \quad \vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}, \vec{B}'_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}\right)$$