ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜ. ΜΑΘ. & ΦΥΣ. ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΗΡΩΩΝ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 9
157 73 ΑΘΗΝΑ

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY
FACULTY OF APPLIED SCIENCES
PHYSICS DEPARTMENT
ZOGRAFOU CAMPUS
GR 157 73 ATHENS - GREECE

ΜΑΘΗΜΑ: ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ
ΕΞΑΜΗΝΟ: 5^0
ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 1 ΩΡΑ και 30 ΛΕΠΤΑ (συν 15 λεπτά για ανάρτηση στο mycourses)

Θέμα 1 (2 μονάδες): Ένας ισοτροπικός αρμονικός ταλαντωτής έχει Χαμιλτονιανή $H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2+y^2)$.
(i) Ποιες είναι οι ενέργειες της θεμελιώδους και της πρώτης διεγερμένης κατάστασης; Ποια είναι τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα;
(ii) Προσθέτουμε στο σύστημα μία διαταραχή $V = \epsilon m\omega^2 xy$. Βρείτε την πρώτη διόρθωση στην ενέργεια της θεμελιώδους και πρώτης διεγερμένης κατάστασης καθώς και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα αυτών (ύστερα από τη διόρθωση).

Θέμα 2 (2 μονάδες): Έχουμε δύο σωματίδια με στροφορμές $J_1 = 1$ και $J_2 = 1/2$. Βρείτε όλες τις καταστάσεις της συνολικής στροφορμής $J = J_1 + J_2$, εκφράζοντας τες μέσω των αντίστοιχων καταστάσεων της μορφής $|J_1, m_1\rangle|J_2, m_2\rangle$.

Θέμα 3 (3 μονάδες): Έστω ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο B κατα μήκος του άξονα$-z$ και $\pi_i = p_i - eA_i$ είναι η γενικευμένη ορμή και A_i (με $i = x, y, z$) το διανυσματικό δυναμικό που δίνεται από τη σχέση $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$. Υπολογίστε τους μεταθέτες $[\pi_x, \pi_y]$, $[\pi_x, \pi_z]$, $[\pi_x, \pi_y^2]$ και $[\pi_\chi^2, \pi_y^2]$.

Θέμα 4 (3 μονάδες) Η Χαμιλτονιανή ενός συστήματος στη βάση των τριών ιδιοκαταστάσεων της ($|1\rangle$, $|2\rangle$, και $|3\rangle$) είναι

$$H = H_0 + V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

όπου ο πρώτος πίνακας αντιστοιχεί στο H_0 και ο δεύτερος στο V (με $a << 1$). Χρησιμοποιώντας θεωρία διαταραχών υπολογίστε την πρώτη τάξης διόρθωση στις ιδιοτιμές της ενέργειας του συστήματος. Μετά βρείτε τις ενεργειακές ιδιοτιμές ολόκληρης της Χαμιλτονιανής H χωρίς καμία προσέγγιση (δεν υποθέτουμε ότι το a είναι μικρό). Συγκρίνετε τις ιδιοτιμές της ενέργειας που προέκυψαν από τη θεωρία διαταραχών με αυτές της πλήρους Χαμιλτονιανής. Είναι ίδιες; Αν όχι γιατί; Χρησιμοποιώντας ξανά θεωρία διαταραχών, υπολογίστε τη δεύτερη τάξης διόρθωσης και συγκρίνετε ξανά τα αποτελέσματα με αυτά της πλήρους Χαμιλτονιανής. Συμφωνούν για $a << 1$;