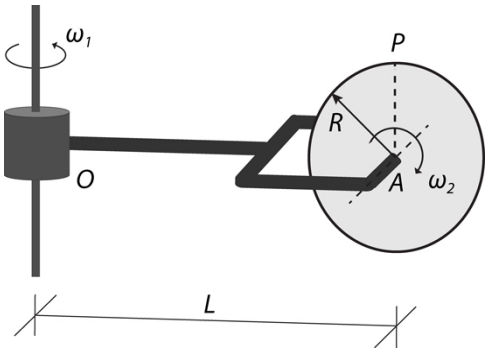
Διάρκεια εξέτασης: 1.30

Θέμα 1

Το κέντρο ενός δίσκου με ακτίνα R συνδέεται αρθρωτά στο άκρο A του βραχίονα OA μήκους L που βρίσκεται στο επίπεδο του δίσκου όπως στο σχήμα. Ο βραχίονας περιστρέφεται γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα που περνά από το O με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_1 και ο δίσκος περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_2. Να βρεθούν:



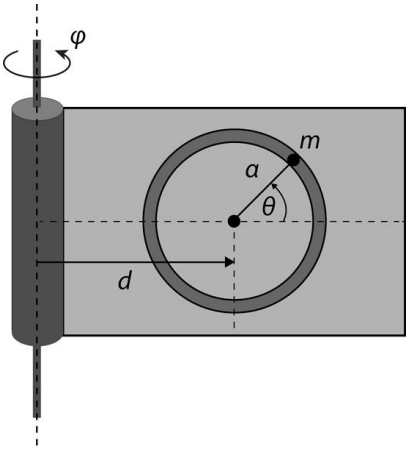
(α) η ταχύτητα του σημείου P που βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου, κατακόρυφα πάνω από το A.

(β) η επιτάχυνση του σημείου P,

(γ) η απόλυτη γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

Θέμα 2

Σώμα αμελητέων διαστάσεων και μάζας m κινείται μέσα σε κυκλική σχισμή ακτίνας a, η οποία βρίσκεται σε επίπεδο πλαίσιο το οποίο μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από κατακόρυφο άξονα, όπως το σχήμα, μέσα σε κατακόρυφο ομογενές βαρυτικό πεδίο.



(α) Να γραφεί η Λαγκρανζιανή και οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος.

(β) Να βρεθούν οι κανονικές ορμές και να γραφεί η Χαμιλτονιανή του συστήματος.

(γ) Ποια η σχέση της Χαμιλτονιανής με τη μηχανική ενέργεια του συστήματος; Πόσες και ποιες σταθερές της κίνησης υπάρχουν;

(δ) Θεωρώντας πως η περιστροφή γύρω από τον κατακόρυφο άξονα γίνεται με εξωτερικά επιβαλλόμενη, σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, να γραφεί η Χαμιλτονιανή του συστήματος. Ποια η σχέση της με την μηχανική ενέργεια του συστήματος; Πόσες και ποιες σταθερές της κίνησης υπάρχουν;

Καλή επιτυχία!