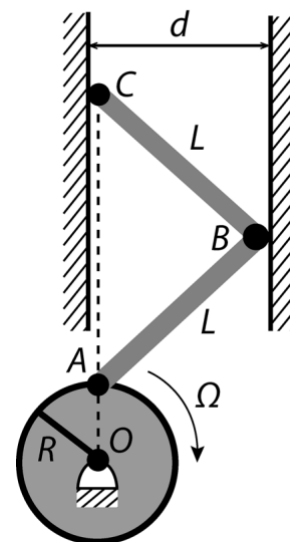


Διάρκεια εξέτασης: 1:45

### Θέμα 1 (40%)

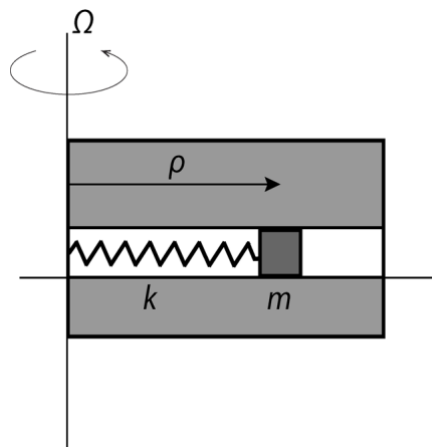
Το άκρο  $A$  στερεάς ράβδου  $AB$  είναι αρθρωμένο στην περιφέρεια τροχού ακτίνας  $R$ , ο οποίος περιστρέφεται γύρω από το ακλόνητα στερεωμένο κέντρο του  $O$  με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$ , ενώ το άκρο της  $B$  αρθρώνεται σε όμοια ράβδο  $BC$ . Τα άκρα  $B$  και  $C$  των ράβδων κινούνται κατά μήκος των ακλόνητων κατακόρυφων επιφανειών όπως φαίνεται στο σχήμα, και τη στιγμή που απεικονίζεται το σημείο  $A$  βρίσκεται στην κατακόρυφη ευθεία  $OC$ . Το μήκος των ράβδων είναι  $L$  και η απόσταση μεταξύ των κατακόρυφων επιφανειών είναι  $d$ . Να βρεθούν:



- (α) οι στιγμιαίοι πόλοι περιστροφής των δύο ράβδων,
- (β) οι γωνιακές ταχύτητες των δύο ράβδων και οι ταχύτητες των σημείων  $B$  και  $C$ ,
- (γ) οι γωνιακές επιταχύνσεις των δύο ράβδων και οι επιταχύνσεις των σημείων  $B$  και  $C$ .

### Θέμα 2 (60%)

Το ορθογώνιο πλαίσιο έχει αμελητέα μάζα και φέρει αυλάκι μέσα στο οποίο κινείται, χωρίς τριβή, σώμα μάζας  $m$  και αμελητέων διαστάσεων. Το πλαίσιο περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$  και το σώμα συνδέεται στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς  $k$  και αμελητέου φυσικού μήκους, ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου συνδέεται σε σταθερό σημείο που βρίσκεται πάνω στον άξονα περιστροφής.



#### A. (40%)

A1. Να γραφεί η Λαγκρανζιανή  $L(\rho, \dot{\rho})$  και οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος. Τι είδους κίνηση περιγράφουν;

A2. Να γραφεί η Χαμιλτονιανή και οι κανονικές εξισώσεις κίνησης του συστήματος. Να εξεταστεί η Χαμιλτονιανή ως προς την χρονική μεταβολή της και ως προς τη σχέση της με τη μηχανική ενέργεια του συστήματος.

#### B. (20%)

Να υπολογιστεί, με τη μέθοδο Lagrange, η γενικευμένη δύναμη που επιβάλλει στο σώμα την περιστροφή με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$ , σαν συνάρτηση των  $(\rho, \dot{\rho})$ . Πώς μπορεί να γραφεί σαν συνάρτηση μόνο του  $\rho$ ;