



ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΙV (ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ-ΔΥΝΑΜΙΚΗ)  
ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Α. Γιαννακόπουλος, Γ. Κομίνης (Τομέας Μηχανικής, ΣΕΜΦΕ)

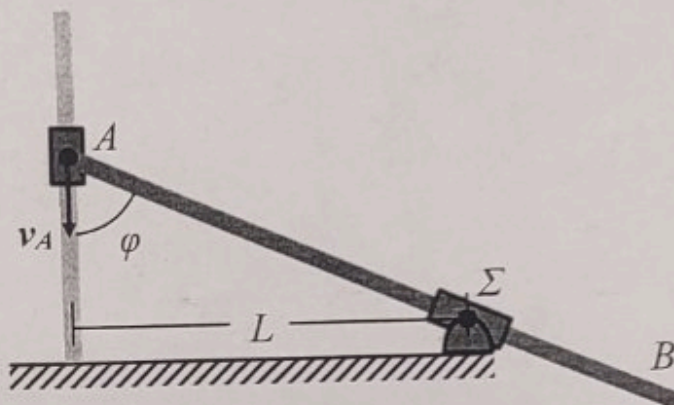
30/06/2023

Διάρκεια εξέτασης: 2:00

**Θέμα 1 (40%)**

Το άκρο  $A$  στερεάς ράβδου  $AB$  ολισθαίνει σε κατακόρυφη πακτωμένη ράβδο με σταθερή ταχύτητα  $v_A$  όπως στο σχήμα. Η ράβδος κινείται στο επίπεδο και η διεύθυνσή της καθορίζεται από δακτύλιο που μπορεί να περιστρέφεται ως προς άξονα που περνά από το ακίνητο σημείο  $\Sigma$ , το οποίο απέχει από την πάκτωση κατά  $L$ . Αν η γωνία  $\varphi$  είναι γνωστή, να βρείτε:

- τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου  $AB$ ,
- τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου  $AB$ ,
- την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σημείου της ράβδου  $AB$  που εφάπτεται στο σημείο  $\Sigma$ .



**Θέμα 2 (60%)**

Η ορθογώνια πλάκα έχει αμελητέα μάζα, φέρει αυλάκι σχήματος που δίνεται από την εξίσωση  $z = a\rho^4$ , και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από τον άξονα  $Oz$ . Μέσα στο αυλάκι κινείται, χωρίς τριβή, σώμα μάζας  $m$  και αμελητέων διαστάσεων. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές βαρυντικό πεδίο.

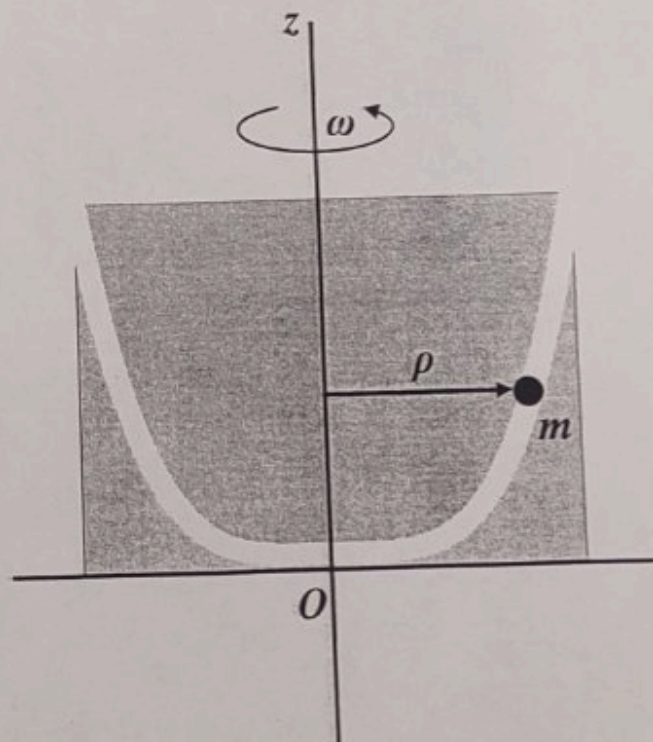
**A. (40%)**

A1. Να γραφεί η Λαγκρανζιανή  $L(\rho, \dot{\rho})$  και οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος.

A2. Να γραφεί η Χαμιλτονιανή και οι κανονικές εξισώσεις κίνησης του συστήματος. Να εξεταστεί η Χαμιλτονιανή ως προς την χρονική μεταβολή της και ως προς την σχέση της με τη μηχανική ενέργεια του συστήματος.

**B. (20%)**

Στην περίπτωση όπου  $\omega = 0$ , να υπολογιστεί η δύναμη που περιορίζει την κίνηση της μάζας  $m$  στο αυλάκι, σαν συνάρτηση των  $(\rho, \dot{\rho})$ . Πως μπορεί να γραφεί σαν συνάρτηση μόνο του  $\rho$ ;



Καλή επιτυχία!